

Um Novo Método para Medição Rápida da Frequência em Aplicações de Proteção

B. Kasztenny
Schweitzer Engineering Laboratories, Inc.

Apresentado na
13th International Conference on Developments in Power System Protection
Edimburgo, Reino Unido
7–10 de março de 2016

Traduzido para o português em fevereiro de 2017

Um novo método para medição rápida da frequência em aplicações de proteção

B. Kasztenny

*Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., 2350 NE Hopkins Court, Pullman, WA 99163 USA,
bogdan_kasztenny@selinc.com*

Palavras-chave: frequência do sistema de potência, medição de frequência, proteção de frequência, rastreamento da frequência, sincrofasor.

Sumário

Este artigo apresenta uma nova abordagem para estimação da frequência em aplicações dos sistemas de potência: rastreamento da frequência, proteção de frequência anormal e sincrofasores. O algoritmo foi baseado na autocorrelação da forma de onda ou correlação da forma de onda e sua derivada usando um comprimento de janela escolhido livremente. Devido à média inerente na correlação, o método possui excepcional imunidade aos ruídos. Este artigo investiga, explica e ilustra o novo método com resultados de simulação. Analisa as vantagens e atributos do novo método em comparação com duas abordagens normalmente usadas para medição da frequência: tempo entre os cruzamentos pelo zero da forma de onda e medição da taxa de velocidade de rotação de um fasor.

1 Introdução

A frequência é uma medição importante do sistema de potência usada para: frequency tracking, proteção de frequência anormal, incluindo rejeição de carga e proteção de sobre-excitação. A frequência também é usada nas medições através de sincrofasores, além dos medidores e relés de proteção para frequency tracking, visando manter medições *ac* precisas, especialmente para os fasores.

A frequência é compreendida e claramente definida apenas para um sinal verdadeiramente periódico. Um sinal x tem um período T_1 se para qualquer ponto no tempo t , o seguinte for verdadeiro:

$$x(t - T_1) \equiv x(t) \quad (1)$$

Em outras palavras, o menor valor de T_1 que satisfaz (1) é o período da frequência fundamental do sinal x .

Por definição, sinais periódicos são estacionários, ocorrendo apenas em regime permanente. Os sistemas de potência, contudo, estão em um estado transitório constantemente, uma vez que os geradores oscilam em torno dos seus pontos de equilíbrio em um sistema de potência estável. Os principais eventos do sistema podem causar oscilações acentuadas à medida que os geradores aceleram e desaceleram em relação ao resto do sistema de potência. Algumas configurações de rede podem levar a condições de ressonância, causando

oscilações subsíncronas. Como resultado, as correntes e tensões do sistema de potência nunca estão em um perfeito estado de regime e, portanto, não são precisamente periódicas.

De que forma é possível definir a frequência para tais condições práticas? A referência [1] é um estudo profundo do tópico da frequência dinâmica, mas suas conclusões não são amplamente aplicadas e o artigo não se refere especificamente à frequência do sistema de potência.

Em sistemas elétricos de potência, o rotor de um gerador gira a uma determinada velocidade. A taxa de variação da posição angular do rotor (velocidade angular) é um excelente valor representativo da frequência de um gerador. Devido à inércia mecânica, a velocidade angular é um sinal muito limpo com uma relação sinal-ruído muito elevada (assumindo que esteja sendo usado um sensor adequado da posição ou da velocidade do eixo). No entanto, uma vez que afasta-se da definição mecânica e observa-se as tensões e correntes, este link para uma interpretação física da frequência do gerador se torna mais fraco, especialmente se a análise for em algumas barras de distância de qualquer determinado gerador. Além disso, considerando-se as oscilações de torção, mesmo a interpretação mecânica da frequência do sistema de potência torna-se menos óbvia. Um eixo longo de gerador e turbina oscilando de forma torcional terá taxas de rotação ligeiramente diferentes em pontos diferentes ao longo do eixo.

Os eventos de chaveamento complicam ainda mais a compreensão da frequência nos sistemas de potência. Durante eventos de chaveamento, as correntes e tensões não são periódicas. Rigorosamente falando, não é possível medir o período ou a frequência sob qualquer condição durante eventos de chaveamento.

Os métodos práticos de medição da frequência usados atualmente nos sistemas de potência assumem pequenas mudanças na frequência em comparação com a frequência nominal do sistema, ou seja, eles assumem sinais quase estacionários. Estes métodos incorporam recursos para sustentar (“ride through”) os eventos de chaveamento usando diversas abordagens heurísticas. A indústria em questão não tem qualquer definição comum de frequência dinâmica, apesar de alguns esforços de padronização [2]. Portanto, cada método de medição torna-se sua própria definição de frequência. Na ausência de uma definição de frequência dinâmica, a indústria baseia-se em testes. Os testes dinâmicos comuns incluem oscilações e rampas de frequência. A seguir, o trabalho apresenta um breve resumo dos dois métodos normalmente

utilizados para medição da frequência e a abordagem para a frequência incluída no IEEE C37.118.

1.1 Medição da frequência baseada nos cruzamentos pelo zero

Este método mede os intervalos entre os cruzamentos pelo zero de uma forma de onda (Fig. 1a). Algumas implementações contam os ciclos completos observando os cruzamentos pelo zero na mesma direção (negativo-para-positivo e positivo-para-negativo), enquanto alguns métodos medem os meios-ciclos entre os cruzamentos pelo zero em qualquer direção. O uso de informações apenas da área do cruzamento pelo zero da forma de onda torna este método imune aos harmônicos, considerando que a forma de onda é verdadeiramente periódica e não apresenta cruzamentos extras pelo zero devidos a distorções fortes (ver Fig. 1a). Muitas vezes, o filtro passa-baixa melhora a precisão da detecção do cruzamento pelo zero. Esta filtragem introduz efeitos colaterais, uma vez que o filtro responde às mudanças de magnitude e faz com que os cruzamentos pelo zero se desloquem ligeiramente à medida que a magnitude varia. A interpolação frequentemente fornece uma estimativa mais precisa do tempo do cruzamento pelo zero, especialmente se a taxa de amostragem for relativamente baixa.

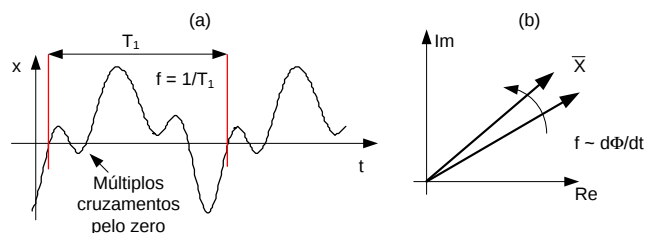


Fig. 1. Métodos de medição da frequência: cruzamentos pelo zero (a) e taxa de variação da rotação do fasor (b).

Os eventos de chaveamento causam alterações instantâneas nos cruzamentos pelo zero, criando erros muito grandes na medição da frequência quando este método é utilizado. Estes erros precisam ser filtrados por meio da rejeição das medições erradas ao invés de calcular a média das mesmas; por esta razão, são usadas várias abordagens heurísticas para validar ou rejeitar tais medições brutas.

Muitas aplicações efetuam a média das medições da frequência bruta validadas para melhorar a precisão da frequência final reportada. Os filtros de média recebem as últimas medições válidas congeladas se o método rejeitar a medição bruta para o tempo presente.

Este método não executa os cálculos, tais como a frequência bruta ou a frequência média, com uma taxa constante. Ele efetua os cálculos apenas quando detecta um cruzamento pelo zero. Estes cálculos baseados em eventos constituem a amostragem variável para o fluxo de dados de frequência bruta, mesmo com alguns pontos de dados temporariamente ausentes quando as verificações de validação indicarem um correspondente cruzamento pelo zero como inválido para uma forma de onda não periódica.

Todos estes fatores tornam os métodos de cruzamento pelo zero muito complicados. Eles são amplamente usados, mas são

proprietários, e exibem um forte comportamento não linear. Como resultado, várias implementações deste método podem produzir resultados diferentes para um determinado evento dinâmico do sistema.

1.2 Medição da frequência baseada na taxa de velocidade de rotação do fasor

Este método imita a analogia mecânica da frequência do gerador medindo um fasor de entrada e calculando a taxa de velocidade de rotação angular do fasor (Fig. 1b). Esta taxa de velocidade é proporcional à frequência.

Este método pode ser executado a uma taxa fixa, tal como cada vez que uma nova amostra da forma de onda de entrada se torna disponível. Isso torna qualquer pós-filtragem da frequência bruta mais simples. Assim como acontece com qualquer método de medição da frequência, o método se comporta de forma inadequada para formas de onda não periódicas. Durante os eventos de chaveamento, o ângulo fasorial muda abruptamente. Este deslocamento de fase provoca erros muito grandes e requer uma lógica de validação/rejeição para a frequência bruta. Alternativamente, pode-se ajustar uma linha reta para uma série de posições angulares e reportar a frequência como a inclinação de tal linha. Em outra abordagem, pode-se ajustar uma função de segunda ordem e reportar a frequência e a taxa de variação da frequência a partir dos parâmetros desta função com o ajuste mais adequado.

O principal problema deste método é que a medição correta do fasor e a rejeição adequada dos harmônicos requerem o conhecimento da frequência da forma de onda. É possível resolver este sistema de controle (para medir a frequência a partir do fasor, é necessário conhecer a frequência) usando iterações ou ajustando rapidamente o rastreamento da frequência. Este método é utilizado na prática, mas não mostra quaisquer melhorias significativas em relação ao método de cruzamento pelo zero.

1.3 Abordagem para a frequência da C37.118

A norma para sincrofasores IEEE C37.118.1-2011 tentou definir a frequência incluindo um método de medição de referência (anexo informativo) e especificando os requisitos de desempenho para a medição (parte normativa). Esta tentativa de definir a frequência indiretamente através de condições de teste revelou-se difícil, pelo fato de que os requisitos de 2011 foram aliviados em uma alteração emitida em 2014 [2]. Enquanto os requisitos originais eram impossíveis de cumprir, os requisitos recentemente publicados abriram a possibilidade de implementações de conformidade, permitindo diferentes medições de frequência para as mesmas condições de teste.

2 Atributos desejáveis para um método de medição da frequência

Um método adequado para medição da frequência:

- Atende aos requisitos da aplicação para precisão e tempo de resposta sob condições realísticas do sistema. Uma precisão da ordem de alguns mHz, ou melhor, pode ser necessária. Condições típicas do sistema incluem

excursões de frequência de ± 5 Hz e rampas de frequência de até ± 15 Hz/s. Fontes de potência baseadas em inversores sem inércia apresentam requisitos mais elevados do que os requisitos tradicionais listados acima.

- Pode ser calculado conforme desejado e associado aos processos de dispositivos internos, tal como o processo de amostragem da forma de onda, ao invés de atuar em resposta a um evento externo (por exemplo, cruzamento pelo zero).
- Não exige qualquer conhecimento prévio (aproximação) da frequência e não precisa usar um processo iterativo para obter o valor preciso da frequência.
- Recupera-se rapidamente de eventos de chaveamento.
- Incorpora um índice de qualidade da medição indicando se a forma de onda de entrada é periódica. Este índice permite que as medições inválidas sejam facilmente identificadas.
- Permite obter um equilíbrio simples e direto entre precisão e velocidade de resposta, como por exemplo, ajustando um filtro passa-baixa incluído no método.
- Não requer qualquer pré-filtragem da forma de onda e, portanto, evita quaisquer tipos de artefatos de tal pré-filtragem.
- Tem precisão para sinais periódicos, mesmo se fortemente distorcidos por harmônicos, incluindo casos de múltiplos cruzamentos pelo zero dentro de cada período da frequência fundamental.
- Permite o uso natural de todos os sinais trifásicos.

Este artigo apresenta um novo método de medição da frequência que atende aos requisitos acima.

3 Definindo a frequência do sistema de potência

Como a frequência é uma recíproca do período, a medição da frequência e a medição do período são referidas alternadamente para descrever a mesma tarefa de medição.

3.1 Abordagem de senso comum para a frequência do sistema de potência

Um período de uma forma de onda periódica é o desvio de tempo que é necessário ser aplicado à forma de onda para que ela retorne o mesmo valor (ver (1)). Em outras palavras, o período é uma mudança que maximiza a autocorrelação do sinal. Esta definição funciona desde que o sinal seja periódico, mesmo que inclua harmônicos e/ou um componente *dc*.

Na prática, precisamos decidir sobre o comprimento da janela de autocorrelação. O período exato da forma de onda é a escolha lógica. Não é possível usar metade de um período, porque a forma de onda de entrada não geralmente é antissimétrica, isto é, $x(t-T/2)$ não precisa ser igual a $-x(t)$. O uso de múltiplos períodos acrescenta atraso e, teoricamente, não fornece quaisquer dados adicionais.

3.2 Abordagem formalizada para a frequência do sistema de potência

Um período de uma forma de onda que se repete é o desvio de tempo T_1 durante o qual uma integral no período de tempo T_1 do produto da forma de onda pela forma de onda atrasada por T_1 está no seu máximo. Em outras palavras:

$$A(t, T) = \int_{t-T}^t x(t) \cdot x(t-T) dt \quad (2a)$$

$$T_1(t) = T \text{ para o qual } A(t, T) \text{ está no seu máximo} \quad (2b)$$

No entanto, como a forma de onda é atrasada por T e integramos sobre T em (2a), a integral aumenta quando aumenta, não porque a correlação é melhor, mas porque integra-se ao longo de um intervalo de tempo mais longo. Portanto, é imperativo normalizar a integral como segue.

3.3 Definição proposta para a frequência do sistema de potência

Um período de uma forma de onda que se repete é o desvio de tempo T_1 durante o qual uma integral no período de tempo T_1 do produto da forma de onda pela forma de onda atrasada por T_1 , normalizada com a magnitude da onda, está no seu máximo. Em outras palavras:

$$A(t, T) = \frac{\int_{t-T}^t x(t) \cdot x(t-T) dt}{0.5 \int_{t-2T}^t x^2(t) dt} \quad (3)$$

Uma forma de onda verdadeiramente periódica $A(t, T_1)$ de acordo com (3) é exatamente 1. Para uma forma de onda quase periódica, tal como durante uma rampa de frequência e/ou uma rampa de magnitude ou oscilação, $A(t, T_1)$ de acordo com (3) é inferior, mas próximo de 1. Para uma forma de onda não periódica, tal como por um salto na fase ou na magnitude, $A(t, T_1)$ de acordo com (3) é consideravelmente inferior a 1. Portanto, o valor de $A(t, T_1)$ é um bom indicador da qualidade de medição. É possível considerar uma forma de onda periódica, e assim indicar o período medido T_1 como válido se $A(t, T_1) > 0.95$, por exemplo. O limite exato depende das taxas de variação de frequência e magnitude que se deseja seguir.

É possível executar o método (3) em qualquer ponto arbitrário no tempo, t , o que é conveniente para aplicações de sincrofasores. Ele retorna o período e sua validade, isto é, as informações, se a forma de onda for realmente periódica no tempo t .

O método utiliza uma janela de dados deslizante de dois períodos reais. Usa-se este comprimento da janela de dados, uma vez que não se leva menos de dois períodos completos para verificar se a forma de onda é verdadeiramente periódica.

O método (3) é bem adequado para aplicações *off-line*, mas pode ser computacionalmente muito exigente em tempo real devido à necessidade de encontrar o máximo da função em (3). A seção seguinte propõe ainda um outro método que produz resultados igualmente bons, mas é numericamente mais simples. Este método alternativo procura o zero de uma função ao invés do máximo.

3.4 Definição da frequência do sistema de potência apropriada para uma implementação eficiente

Um sinal periódico contém o componente da frequência fundamental e uma quantidade (potencialmente infinita) de harmônicos (sinais de frequências múltiplos inteiros da fundamental). Cada harmônico é uma onda senoidal. Observe que para um sinal de onda senoidal, o sinal e sua derivada no tempo são deslocados em 90 graus elétricos na frequência do referido sinal. Devido a esta relação, a integral do produto do sinal e sua derivada obtidos ao longo do período do referido sinal é zero (consulte o Apêndice para ver a prova matemática).

A observação acima nos permite definir o período como segue. Um período de uma forma de onda que repete T_1 é o comprimento da janela de integração para o qual a integral do produto do sinal (x) atrasado por T_1 e sua derivada no tempo (x') é zero. Em outras palavras:

$$B(t, T) = \int_{t-T}^t x'(t) \cdot x(t-T) dt \quad (4a)$$

$$T_1(t) = T \text{ para o qual } B(t, T) \text{ está em zero} \quad (4b)$$

É possível aplicar o atraso na derivada do sinal ao invés de aplicar no sinal e obter um método igualmente adequado, conforme a seguir:

$$B(t, T) = \int_{t-T}^t x(t) \cdot x'(t-T) dt \quad (4c)$$

Os métodos (3) e (4) são similares. O método (4), contudo, é numericamente mais simples porque requer encontrar um zero da função B (4a) ao invés de encontrar o máximo da função A (3).

O método (3) fornece um índice de qualidade da medição onde o valor de $A(t, T_1)$ indica se o sinal é verdadeiramente periódico. Neste sentido, (4) pode ser aplicada para encontrar T_1 e (3) pode ser aplicada para verificar se T_1 é válido.

4 Novo algoritmo para medição da frequência do sistema de potência

A função B (4a) tem uma propriedade peculiar: quando calculada para um período T , menor do que o período real T_1 , a função é positiva, e quando calculada para um período T , maior do que o período real T_1 , a função é negativa (consulte o Apêndice para ver a prova matemática). Esta observação permanece verdadeira para as faixas práticas de medição de frequência quando T e T_1 não diferem muito. Esta observação permite uma implementação muito simples: se a função B for positiva, o atual período estimado deverá ser aumentado, e quando a função B for negativa, o atual período estimado deverá ser reduzido.

Além disso, a função B não varia muito quando calculada para duas amostras consecutivas (consulte o Apêndice para ver a expressão analítica da função B). Como resultado, ao invés de executar iterações para um determinado conjunto de dados em um determinado ponto no tempo, efetua-se as iterações usando novos conjuntos de dados. Em outras palavras, calculamos a

função B uma vez para qualquer ponto no tempo e se decide entre aumentar ou diminuir o período estimado para o cálculo da função B para o próximo conjunto de dados. Se a frequência de amostragem for suficientemente elevada (tal como 4 kHz ou mais), o processo é estável mesmo para taxas de variação de frequência extremamente altas.

Idealmente, o valor do período (isto é, a mudança no sinal) no novo método não deve ser limitado a múltiplos de amostras com números inteiros. Por exemplo, se a frequência do sinal é 60 Hz e a frequência de amostragem é 10 kHz, o período é de 166.6(6) amostras. Calculando a função B para $T = 166$ amostras, obtém-se um valor positivo, por exemplo, 100 (valor positivo significa que 166 está abaixo do período real). Seguindo o algoritmo, aumentando a estimativa do período e calculando a função B para $T = 167$ amostras, obtém-se um valor negativo, por exemplo, -49.25 (valor negativo significa que 167 está acima do período real). Um algoritmo simples limitado ao período estimado de contagens de amostras com números inteiros iria oscilar no período estimado entre 166 e 167 amostras. Observe que a média linear entre 166 e 167 (166.5) não reflete o período verdadeiro de 166.6 (6). A reamostragem permitiria aplicar mudanças fracionárias, mas a reamostragem é computacionalmente cara. Para resolver isso, usa-se períodos expressos em contagens de amostras com números inteiros e aplica-se a interpolação se a função B mudar de sinal entre duas amostras consecutivas. Neste exemplo, interpolamos entre os dois pontos (166 amostras, 100) e (167 amostras, -49.25) e obtém-se o período de 166.67 amostras. Desta forma, o algoritmo constantemente rastreia o zero da função B investigando se está para a esquerda ou para a direita do zero real. A interpolação permite uma melhor precisão. Se a função B não mudar de sinal entre duas amostras consecutivas, o algoritmo usa o valor mais recente do período.

Finalmente, para aumentar a precisão, se usa um filtro passa-baixa (LPF: "Low-Pass Filter") para os valores do período obtidos a partir da interpolação. O LPF pode ser ajustado em cerca de 15 Hz visando permitir alterações da frequência tão rápidas quanto 15 Hz/s. Quanto menor for a frequência de corte, melhor será a precisão e mais lento o tempo de resposta do algoritmo (o atraso entre a frequência verdadeira e a medida). A filtragem passa-baixa é uma maneira simples e eficaz para controlar os requisitos de desempenho de precisão *versus* velocidade. Em particular, dois filtros podem ser utilizados: um para os propósitos de medição e outro para os propósitos de proteção de frequência ou rastreamento da frequência. A Fig. 2 apresenta a implementação do algoritmo.

O algoritmo apresentado requer taxas de amostragem relativamente altas, da ordem de 4 a 10 kHz. É possível implementá-lo, contudo, com taxas de amostragem mais baixas usando interpolação.

O filtro LPF da Fig. 2 pode ser uma resposta de impulso finito, isto é, tem um atraso de grupo constante que pode ser facilmente compensado. Isso faz com que o novo algoritmo seja um candidato bastante adequado para medição da frequência em sincrofasores ou outras aplicações com estampas de tempo.

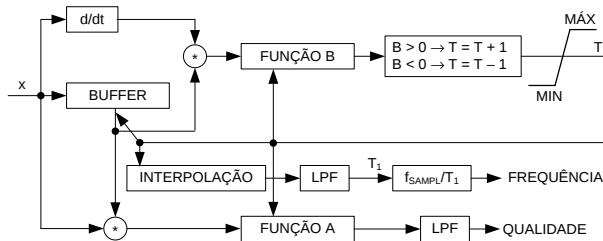


Fig. 2. Diagrama de blocos do novo algoritmo de frequência (T e T_1 são amostras da frequência de amostragem f_{SAMPL}).

5 Resultados da amostragem e desempenho

Para ilustrar o desempenho deste novo algoritmo, considere uma forma de onda fortemente distorcida com frequência e magnitude mudando ao longo do tempo (Fig. 3). Neste exemplo, a frequência diminui a 20 Hz/s, exibe uma mudança de degrau de 5 Hz, e posteriormente aumenta a 2.5 Hz/s.

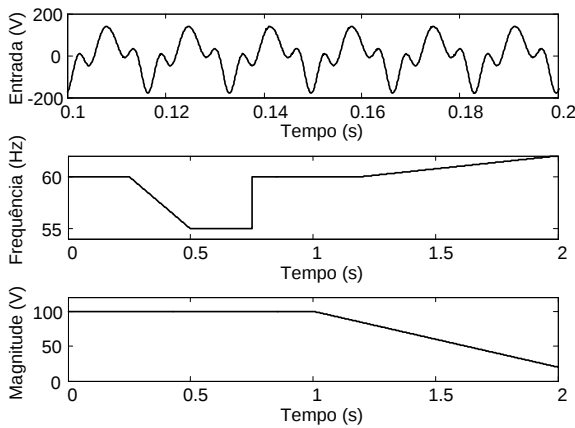


Fig. 3. Sinal de entrada usado para teste: forma de onda (superior), frequência (centro) e magnitude da componente da frequência fundamental (inferior).

A Fig. 4a mostra o período real, o período bruto em amostras de números inteiros, o período bruto interpolado entre as amostras e a estimativa do período final após a filtragem passa-baixa, para uma fração do tempo de teste. A Fig. 4a mostra como o período bruto rastreia o período real. A Fig. 4b apresenta as frequências reais e medidas. O erro de medição no estado de regime é muito pequeno, da ordem de 0.6 mHz.

A Fig. 5 mostra as frequências reais e medidas e ilustra como o novo algoritmo rastreia bem a frequência apesar das mudanças de magnitude e das distorções harmônicas muito significativas no sinal de entrada.

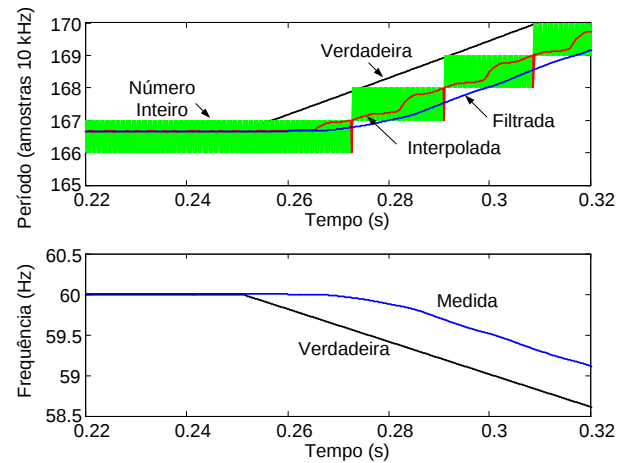


Fig. 4. Ilustração da operação do novo algoritmo: período (superior) e frequência (inferior) para uma rampa de -20 Hz/s.

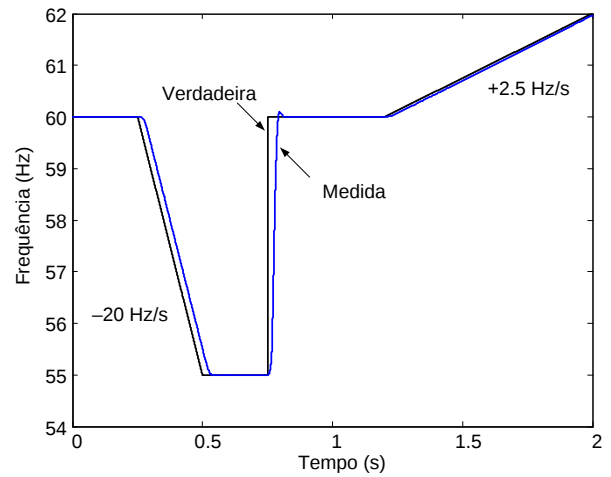


Fig. 5. Resposta do novo algoritmo para o teste da Fig. 3.

A Fig. 6 ilustra a medição da frequência para um evento de chaveamento (salto da fase de 90 graus em $t = 0.3$ s).

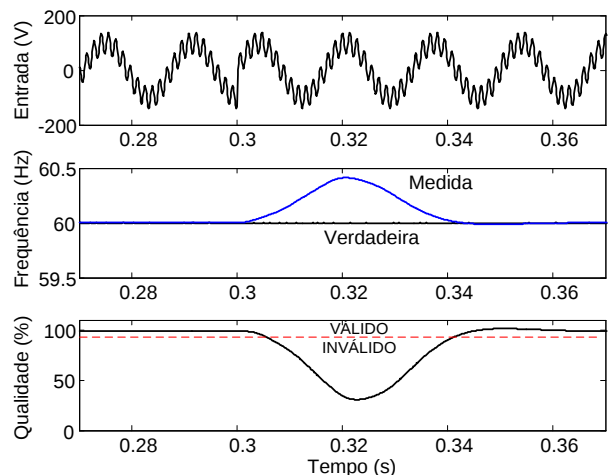


Fig. 6. Resposta do novo algoritmo para um evento de chaveamento: forma de onda de entrada (superior), frequência (centro) e índice de qualidade da medição (inferior).

Como esperado para qualquer método de medição da frequência, a medição da frequência é afetada durante o salto da fase. O novo método, contudo, calculou um índice baixo de

qualidade da medição durante o intervalo para o qual a medição não era precisa. Este valor baixo do índice pode recorrer a uma lógica de segurança selecionada, tal como o congelamento da última medição válida até que o índice de qualidade da medição retorne para um valor aceitável. Neste caso, a medição é marcada como inválida durante cerca de 40 ms (tempo necessário para remover o salto da fase da memória do algoritmo).

A Fig. 7 apresenta um resultado de amostragem para um sistema de simulação EMTP (“EletroMagnetic Transients Program”). A rede inclui compensação série e um gerador de baixa inércia. A primeira causou oscilações subsíncronas e a última causou uma rampa rápida de frequência após o gerador ficar ilhado depois da eliminação de uma falta. O novo método funciona muito bem em comparação com a abordagem de cruzamento pelo zero (modelado sem pré-filtragem). O índice de qualidade da medição identifica corretamente as medições de frequência que são menos precisas.

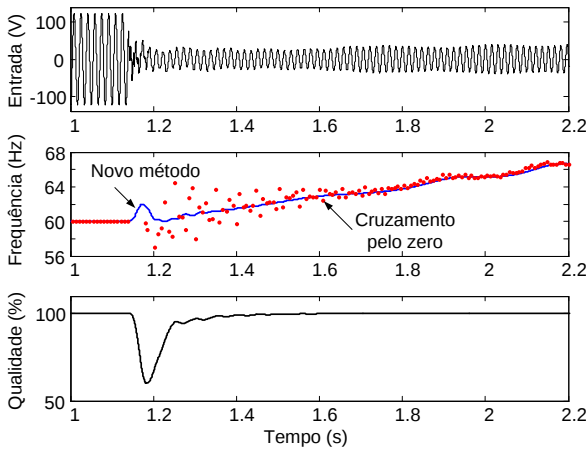


Fig. 7. Exemplo de simulação de transitórios incluindo oscilações subsíncronas e um gerador de baixa inércia.

6 Conclusões

Este artigo propõe uma definição de frequência dinâmica para aplicações em sistemas de potência e investiga uma implementação simples e robusta da medição de frequência para aplicações *off-line* ou aplicações em tempo real. O novo algoritmo de medição de frequência inclui numerosas vantagens e características que permitem diferenciá-lo dos outros métodos normalmente utilizados, como cruzamentos por zero.

O novo método é preciso e rápido. Ele incorpora recursos convenientes que permitem sustentar eventos de chaveamento, fornecendo um índice numérico da qualidade de medição. Este novo método tem latência constante e baixa, tornando-o um bom candidato para aplicações de sincrofasores ou outras com estampas de tempo.

Referências

- [1] B. Boashash, “Estimating and Interpreting the Instantaneous Frequency of a Signal,” *Proceedings of the IEEE*, Vol. 80, No. 4, April 1992. Part 1: Fundamentals (pp. 520–538) and Part 2: Algorithms and Applications (pp. 540–568).
- [2] IEEE standard C37.118.1a-2014: IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems.

Apêndice

O método de estimação de período apresentado baseia-se na observação de que a função B (4a) é negativa se for calculada para um período mais longo do que o período real e é positiva se for calculada para um período mais curto do que o período real. Este apêndice fornece uma prova matemática desta ideia.

Assuma o período de uma forma de onda em estado de regime composto por diversos harmônicos. Inicialmente, olhandopara um único harmônico. O sinal de entrada é, portanto, um único componente de frequência, como segue:

$$x(t) = A_h \sin\left(\frac{2\pi h}{T_1} t + \alpha\right) \quad (\text{A-1})$$

onde:

h é a ordem harmônica ($h = 1, 2, 3, \dots$).

A_h é a magnitude de pico.

α é um ângulo de fase inicial arbitrário.

T_1 é o período verdadeiro (frequência fundamental)

A derivada da entrada de (A-1) é a seguinte:

$$x'(t) = \frac{2\pi h}{T_1} A_h \cos\left(\frac{2\pi h}{T_1} t + \alpha\right) \quad (\text{A-2})$$

Substituindo (A-1) e (A-2) em (4b), obtemos:

$$B(t, T) = \frac{2\pi h}{T_1} (A_h)^2 \left[\int_{t-T}^t \sin\left(\frac{2\pi h}{T_1} (2t - T) + 2\alpha\right) dt - \sin\left(\frac{2\pi h}{T_1} T\right) \right] \quad (\text{A-3})$$

Resolvendo a integral, obtém-se:

$$B(t, T) = -\frac{\pi h}{T_1} (A_h)^2 \cdot \left[\sin\left(\frac{2\pi h}{T_1} T\right) + \frac{T_1}{4\pi h} \cos\left(\frac{2\pi h}{T_1} (2t - T) + 2\alpha\right) \right]_{t-T}^t \quad (\text{A-4})$$

Finalmente, inserindo os limites de integração, obtem-se:

$$B(t, T) = \frac{\pi h}{T_1} (A_h)^2 \sin\left(\frac{2\pi h}{T_1} T\right) \cdot \left[-T + \frac{T_1}{\pi h} \sin\left(\frac{4\pi h}{T_1} (t - T) + 2\alpha\right) \right] \quad (\text{A-5})$$

Em seguida, analisa-se o sinal de (A-5), dependendo da relação de T e T_1 , ou seja, dependendo se o período estimado (T) é mais curto ou mais longo do que o período real da forma de onda (T_1).

Note que a expressão (A-6),

$$\sin\left(\frac{4\pi h}{T_1}(t - T) + 2\alpha\right) \quad (\text{A-6})$$

é uma variável entre -1 e $+1$, dependendo do ângulo inicial α e de um ponto específico no tempo t . No entanto, quando multiplicado por $T_1/(\pi h)$, este fator é menor do que um terço de T_1 . Quanto maior for a ordem harmônica, menor será o valor deste fator. Mesmo para o componente da frequência fundamental ($h = 1$), assumindo que T_1 e T são relativamente próximos, a expressão entre colchetes em (A-5) está entre:

$$-T_1 - \frac{T_1}{3} \text{ e } -T_1 + \frac{T_1}{3} \quad (\text{A-7})$$

Mais importante ainda, a expressão entre colchetes em (A-5) é sempre negativa, independentemente da ordem harmônica, h ; ângulo inicial, α ; e tempo de cálculo da função B, t .

Agora, volta-se a atenção para a expressão em (A-8).

$$\sin\left(\frac{2\pi h}{T_1}T\right) \quad (\text{A-8})$$

Assume-se que T e T_1 são próximos. Portanto, o fator (A-8) é negativo se $T < T_1$ e positivo se $T > T_1$. Isto é independente do tempo e do ângulo inicial. Para harmônicos mais altos, a relação pode ser revertida se T diferir o suficiente de T_1 (isto será discutido posteriormente neste apêndice). Obviamente se $T = T_1$, (A-8) é exatamente zero.

Sabendo que o fator (A-7) é sempre negativo, enquanto o fator (A-8) é positivo, zero ou negativo, dependendo da relação entre T e T_1 , é possível concluir o seguinte:

$$\begin{aligned} \text{se } T < T_1 \text{ então } B(t,T) \text{ é positivo} \\ \text{se } T = T_1 \text{ então } B(t,T) \text{ é zero} \\ \text{se } T > T_1 \text{ então } B(t,T) \text{ é negativo} \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

Como o sinal de entrada é a soma de todos os respectivos harmônicos, a função B é a soma das expressões em (A-5) para cada um dos harmônicos. Cada harmônico (A-1) segue a relação de (A-9) e, portanto, a função B para o sinal de entrada segue a relação de (A-9).

A relação de (A-9) é verdadeira para o componente da frequência fundamental e harmônicos menores. Harmônicos mais altos podem ter esta relação invertida. Contudo, as magnitudes de harmônicos superiores são pequenas em comparação com a fundamental sob condições práticas. Observe que as magnitudes quadradas aparecem em (A-5), tornando irrelevantes os harmônicos com magnitudes pequenas em termos de (A-5). Por exemplo, assume-se 10% do sétimo harmônico. A contribuição deste harmônico para a função B para o sinal de entrada é $7 \cdot (0.1)^2 = 0.07$ pu, ou seja, apenas 7% da contribuição do componente da frequência fundamental. Mesmo que o sétimo harmônico viole (A-9), a função B para o sinal de entrada com a fundamental ainda vai seguir (A-9), permitindo a implementação da Seção 4.

É possível mostrar que ao utilizar (4c) ao invés de (4a), a relação de (A-9) é invertida.